

**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CARAȘ-SEVERIN**

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA JUDEȚEANĂ, 01.03.2008  
CLASA A VI-A**

1. Se consideră punctele  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$  coliniare, în această ordine, astfel încât  $A_1A_2 = 1 \text{ cm}$ ,  $A_2A_3 = 2 \text{ cm}$ , ...,  $A_9A_{10} = 9 \text{ cm}$ . Să se calculeze:

a) lungimea segmentului  $[A_1A_{10}]$ ;

b) distanța dintre mijloacele segmentelor  $[A_1A_4]$  și  $[A_7A_{10}]$ .

prof. Constantin Pătrână, Constanța

2. Un număr se numește "miraculos" dacă este natural și este egal cu suma pătratelor a doi divizori distincți ai săi.

a) Să se dea un exemplu de număr "miraculos".

b) Să se arate că există cel puțin 2008 numere "miraculoase".

prof. Marius Damian, Brăila

3. Fie triunghiul isoscel  $ABC$  ( $AB = AC$ ) și punctele  $P$  și  $Q$  în interiorul său astfel încât  $AP = PB = AQ = QC$ . Dacă  $BP \cap AQ = \{S\}$ , să se demonstreze că  $S \triangleq SPQ \equiv S \triangleq QCB$ .

prof. Nicolae Stănică, Brăila

4. Despre numerele naturale nenule  $a, p, q$  se știe că  $ap + 1$  se divide cu  $q$  și  $aq + 1$  se divide cu  $p$ . Demonstrați că:

a) numerele  $p$  și  $q$  sunt prime între ele;

b)  $a \geq \frac{pq-1}{p+q}$ .

prof. Elena Drăgan, Rm. Vâlcea

Notă:

1) Toate subiectele sunt obligatorii.

2) Timpul de lucru este de 3 ore.